**4)a)**

%PTC 5005 - 2019

%Prof: Maria D. Miranda

%Aluno: Stéfano Albino Vilela Rezende (Ouvinte)

%Lista de Exercícios 5 - Exercício 4

% Cálculo da TFTD

% k = número de pontos da TFTD

k = 2^10;

r=input('Entre com o valor (0 < r < 1) de r = ');

theta=input('Entre com o valor (em radianos) de theta = ');

% Polinomio do denominador

den=[1-2\*r\*cos(theta) r^2];

% Polinômio do numerador

num=1;

% Frequencia angular - contínua

pol = roots (den)

w=0:pi/k:pi;

% Cálculo da resposta em frequência

H=freqz(num,den, w);

% Gráficos

subplot(2,2,1); zplane(num,den);grid;

xlabel('real(omega)'); ylabel('imag(omega)')

subplot(2,2,2); plot(w/pi,abs(H)/max(abs(H)));grid;

axis([0 1 0 4]);

title('Módulo do espectro')

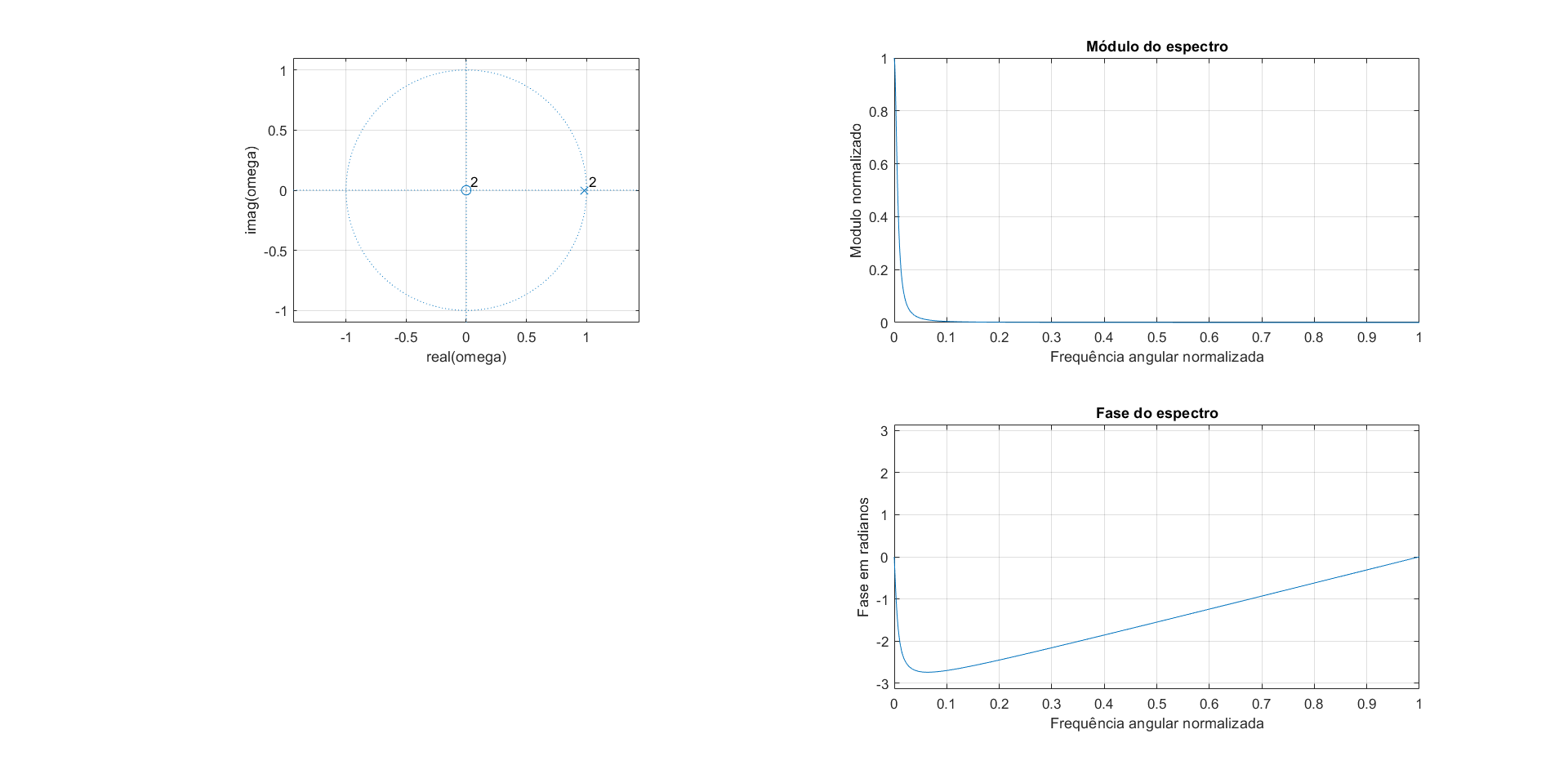
xlabel('Frequência angular normalizada'); ylabel('Modulo normalizado')

subplot(2,2,4); plot(w/pi,angle(H));grid;

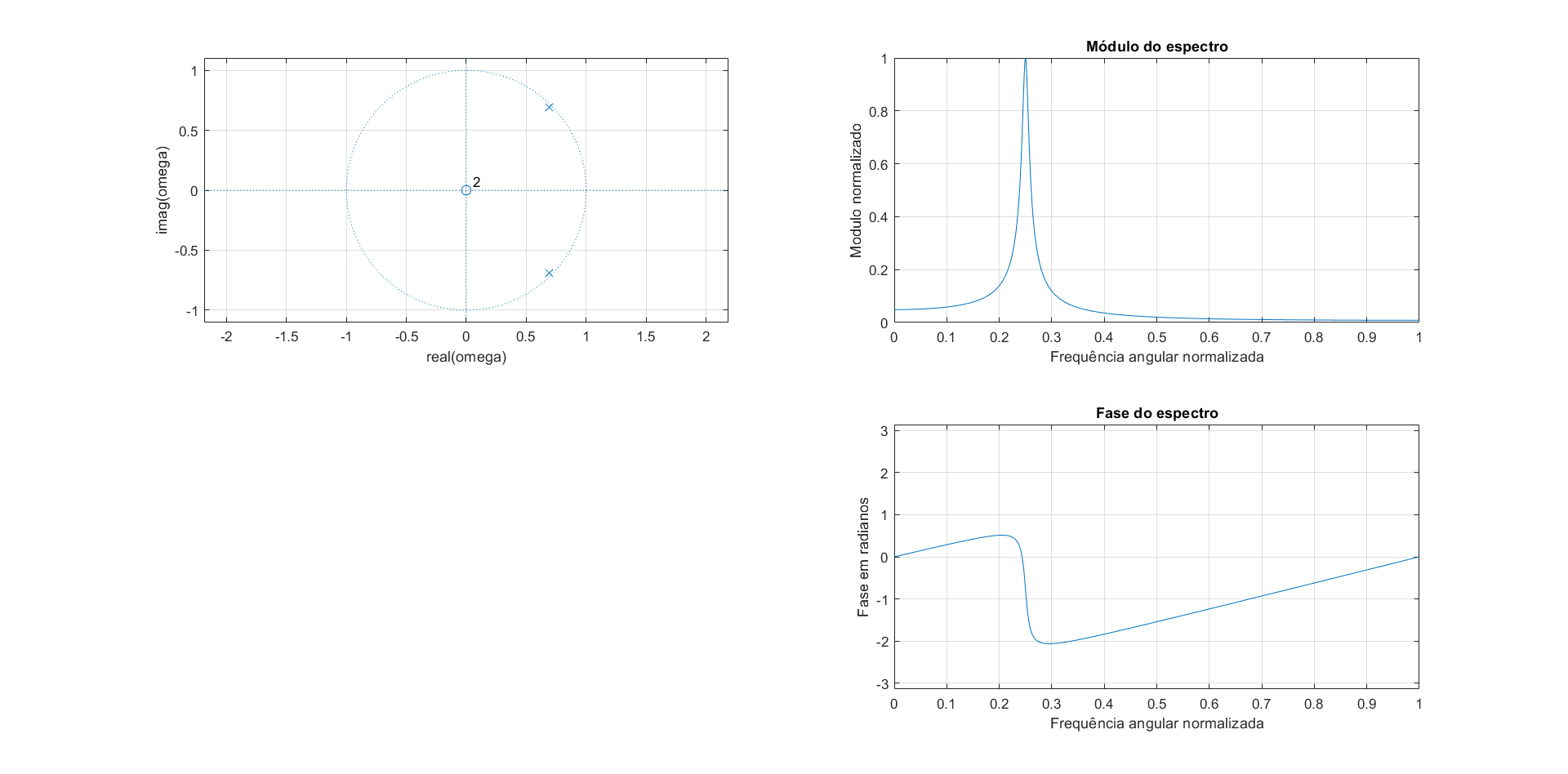
axis([0 1 -pi pi]);

title('Fase do espectro')

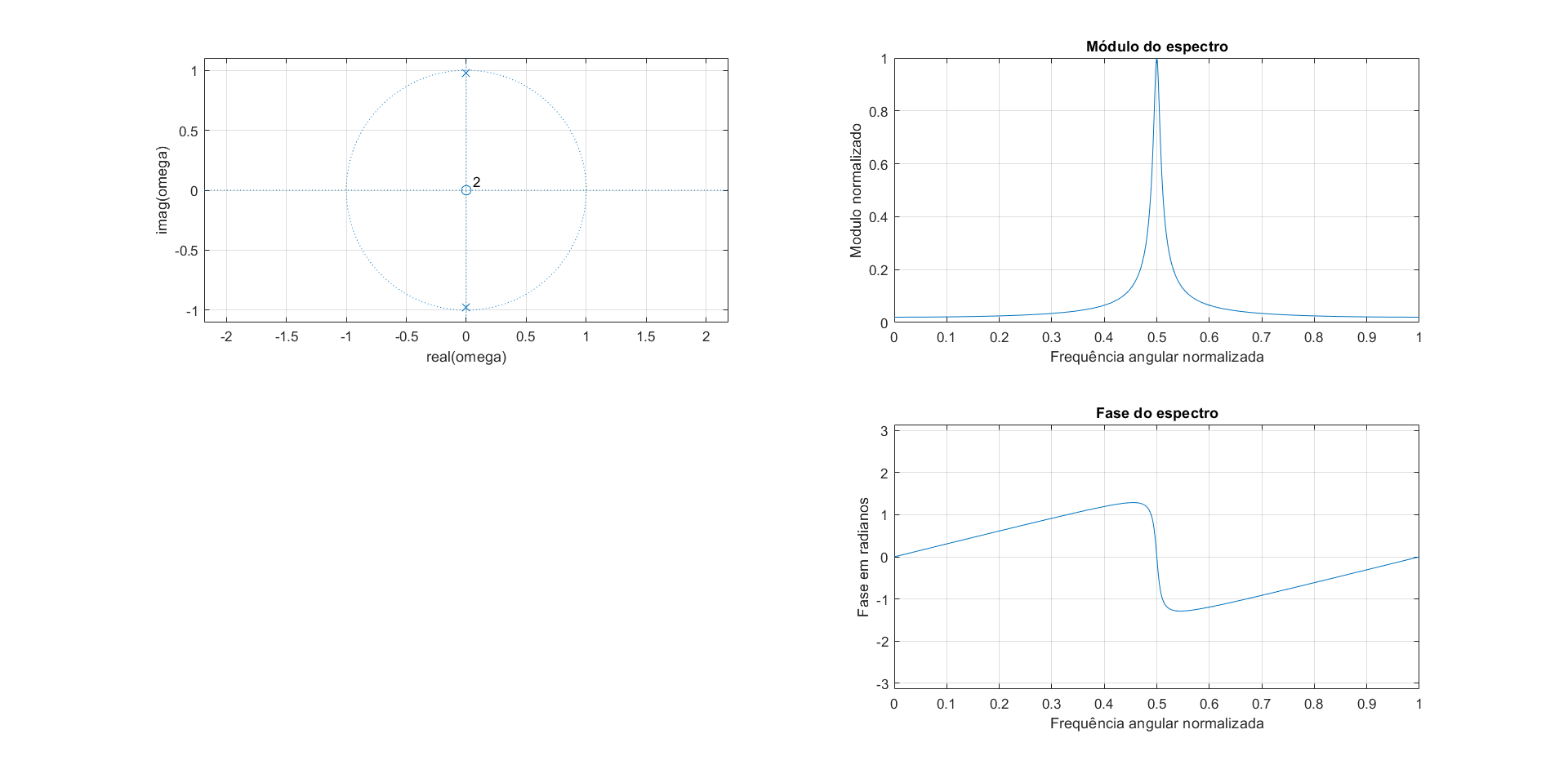
xlabel('Frequência angular normalizada'); ylabel('Fase em radianos')

**

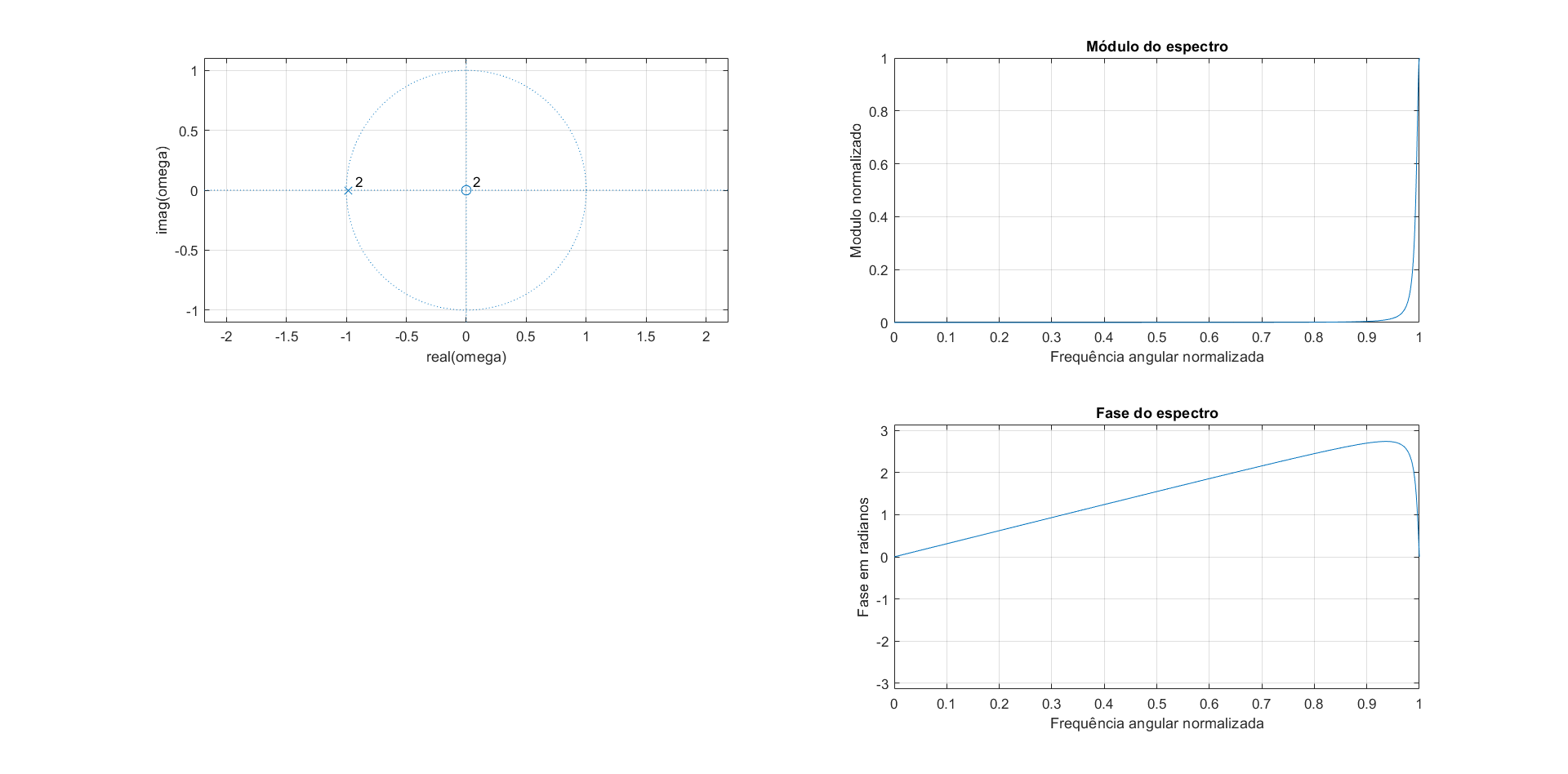
*Figura 1 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,98 e θ = 0.*



*Figura 2 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,98 e θ = π/4.*



*Figura 3 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,98 e θ = π/2.*



*Figura 4 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,98 e θ = π.*

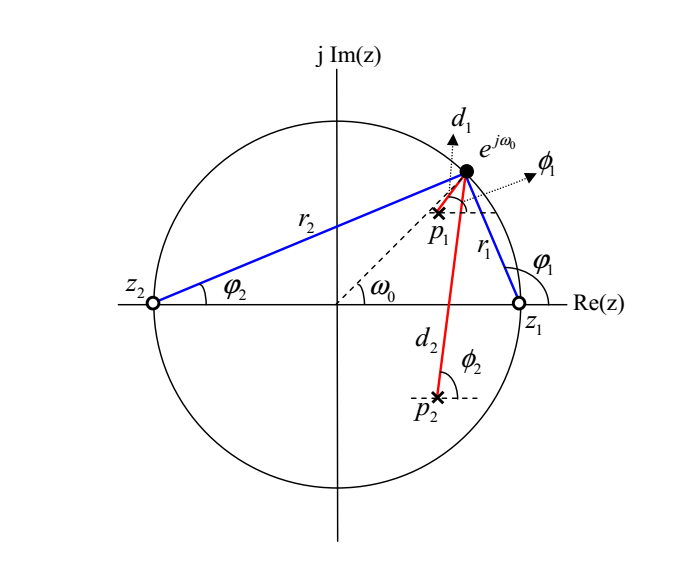
A partir do diagrama de polos e zeros é possível determinar as características da resposta em frequência do sistema . O módulo do espectro é dado pela multiplicação das magnitudes dos vetores entre os zeros e o ponto z=ejω sobre a circunferência unitária divida pela multiplicação das magnitudes dos vetores entre os polos e esse mesmo ponto da circunferência, multiplicados pelos módulos dos coeficientes b0 e a0, conforme expresso na equação (1).

(1)

Já a fase é dada pela soma dos ângulos em relação ao eixo horizontal dos vetores dos zeros subtraídos dos ângulos dos vetores dos polos, como na equação (2).

(2)

Esses termos estão apresentados em um sistema arbitrário na figura abaixo:



*Figura 5 – Diagrama de polos e zeros de um sistema usado para cálculo da resposta em frequência em ω=ω0.*

Para esse sistema no qual os dois zeros se encontra na origem, um ponto observado é que os casos que apresentam os polos do lado direito do plano z atenuam as frequências mais altas (θ = 0 e θ = π/4, *Figuras 1 e 2)*, já os casos que têm seus polos do lado esquerdo atenua as frequências mais baixas (θ = π/2 e θ = π, *Figuras 3 e 4)*. E quão mais próximo da circunferência unitária mais acentuada é o decaimento dessa atenuação.

Outro ponto é que os casos que apresentam os polos fora da circunferência unitária são instáveis e suas fases são crescentes, já nos casos que têm seus polos dentro da circunferência vemos um comportamento estável em relação a fase.

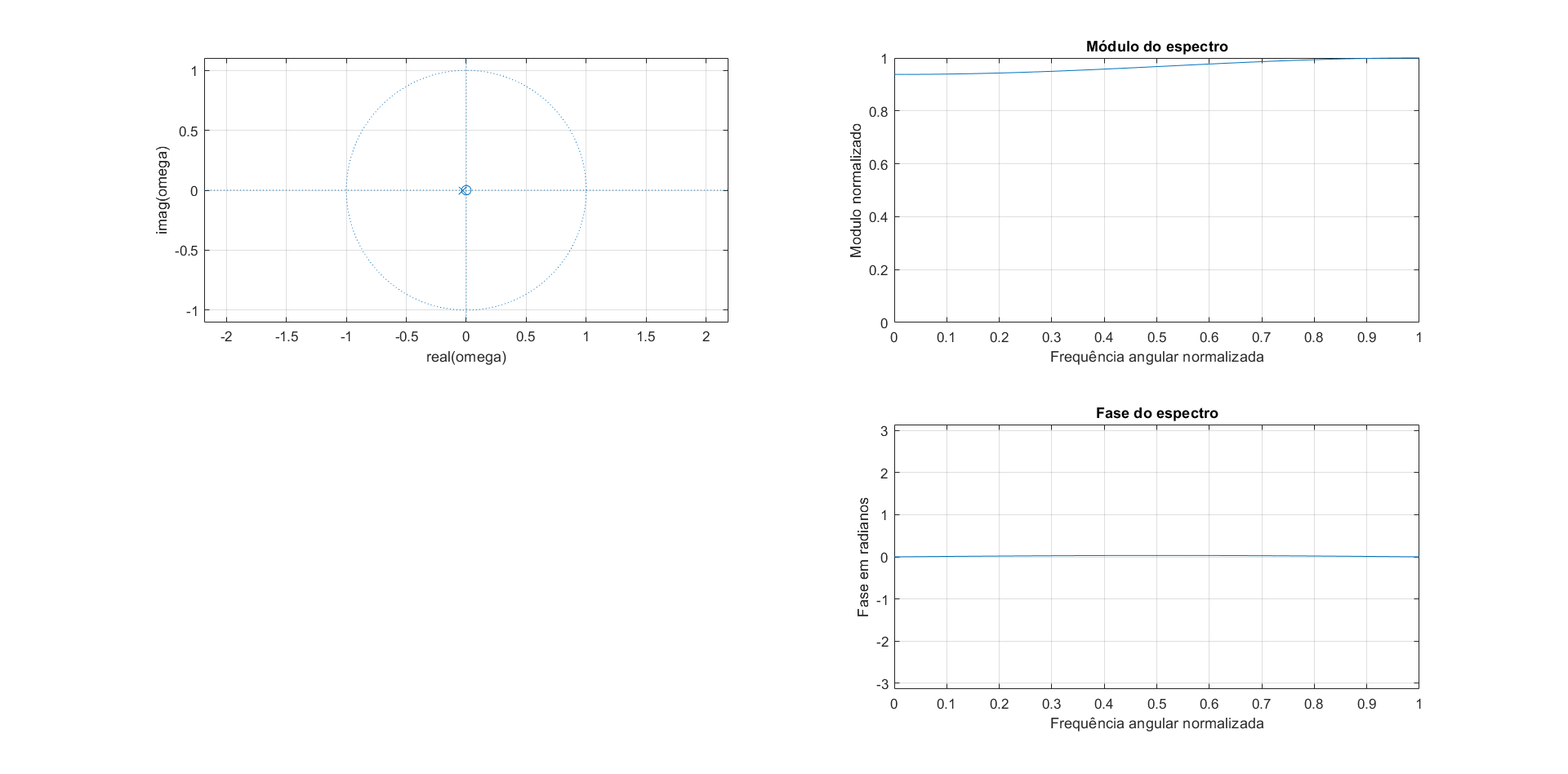
É interessante observar que no caso o qual θ = 0 (*Figura 1*) temos um polo quase sobre a circunferência unitária (z=0,98), que resulta num valor muito elevado para H(0), assim o restante do diagrama se aproxima de zero, uma vez que foi normalizado pelo valor de máximo. De modo semelhante isso ocorre no caso em que θ = π/2 (*Figura 3*) que tem o polo em z=-0,9604, não sendo tão acentuado quando no outro caso.

*Na Tabela 1 são apresentados os valores dos polos, os valores máximos do módulo de H(ejω ).*

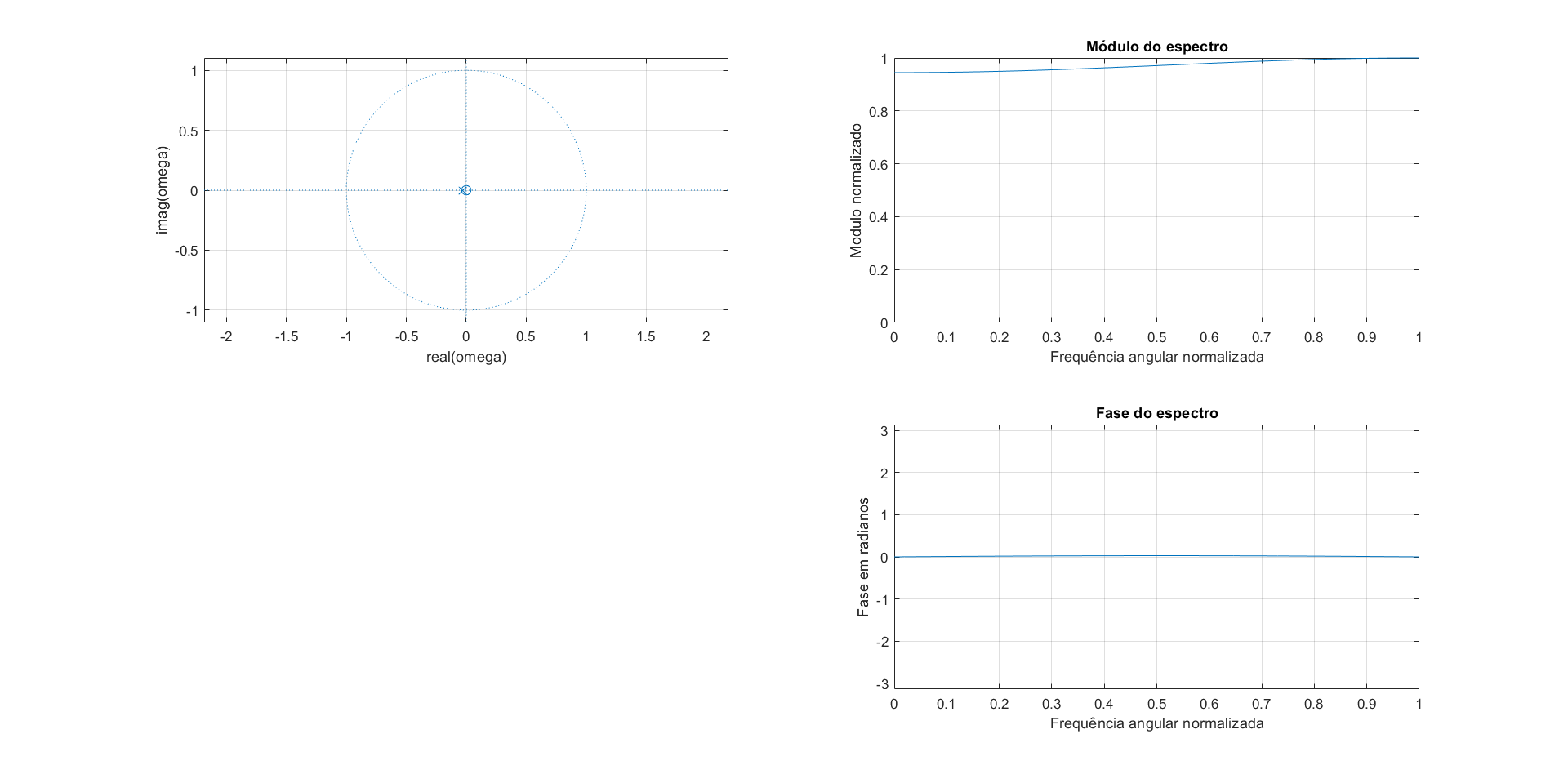
*Tabela 1 – Valores de H(z) para r =0,98*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **θ** | **Polos** | **Max |H(ejω )|** | **Min |H(ejω )|** |
| 0 | 0,98  0,98 | 2500 @ ω = 0 | 0,2551 |
| π/4 | 0,6930 + 0,6930j  0,6930 – 0,6930j | 35,7106 @ ω = π/4 | 0,2988 |
| π/2 | 0 + 0,98j  0 - 0,98j | 25,2525 @ ω = π/2 | 0,5101 |
| π | -0,98  -0,98 | 2500 @ ω = π | 0,2551 |

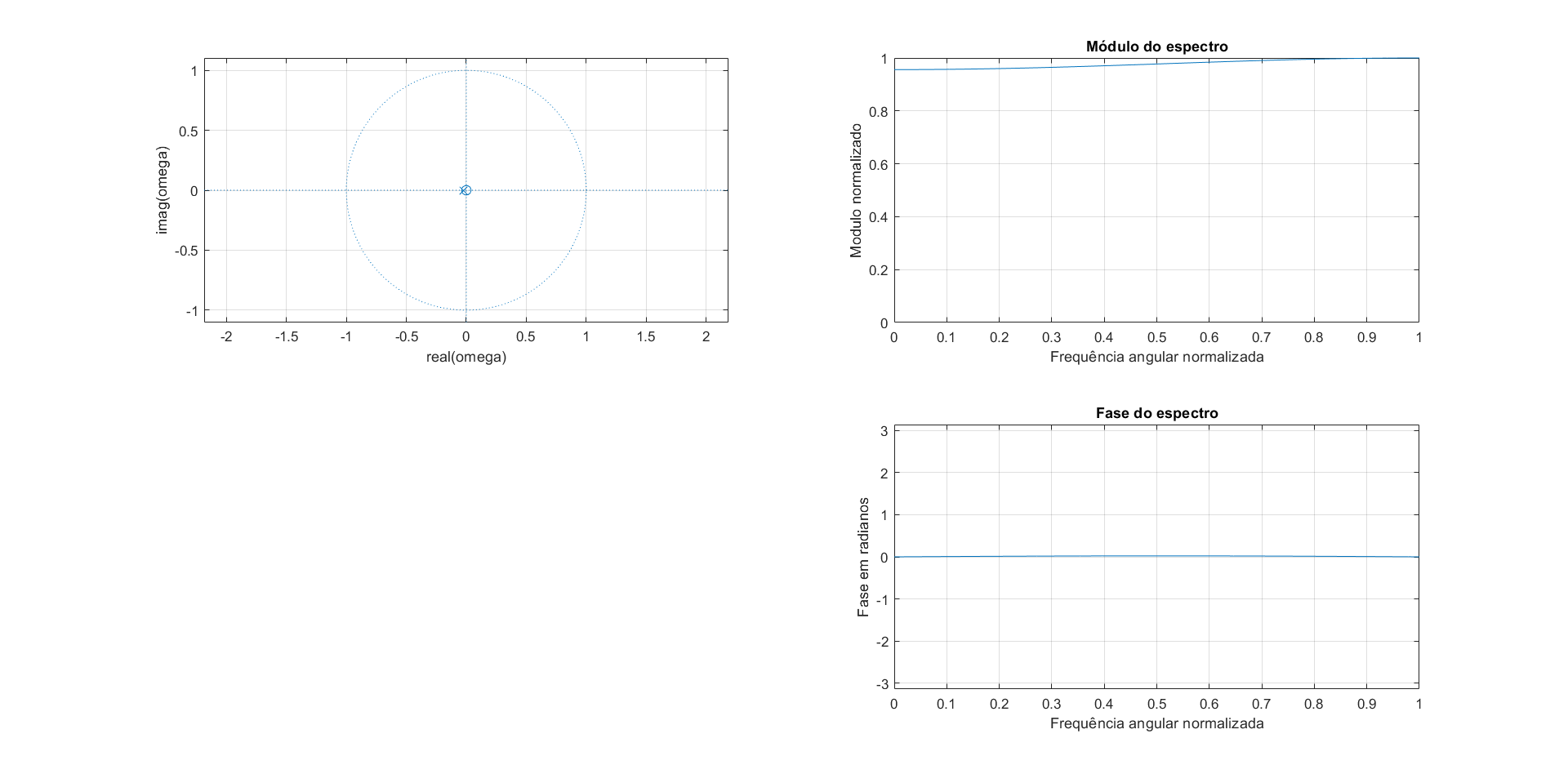
**b)**



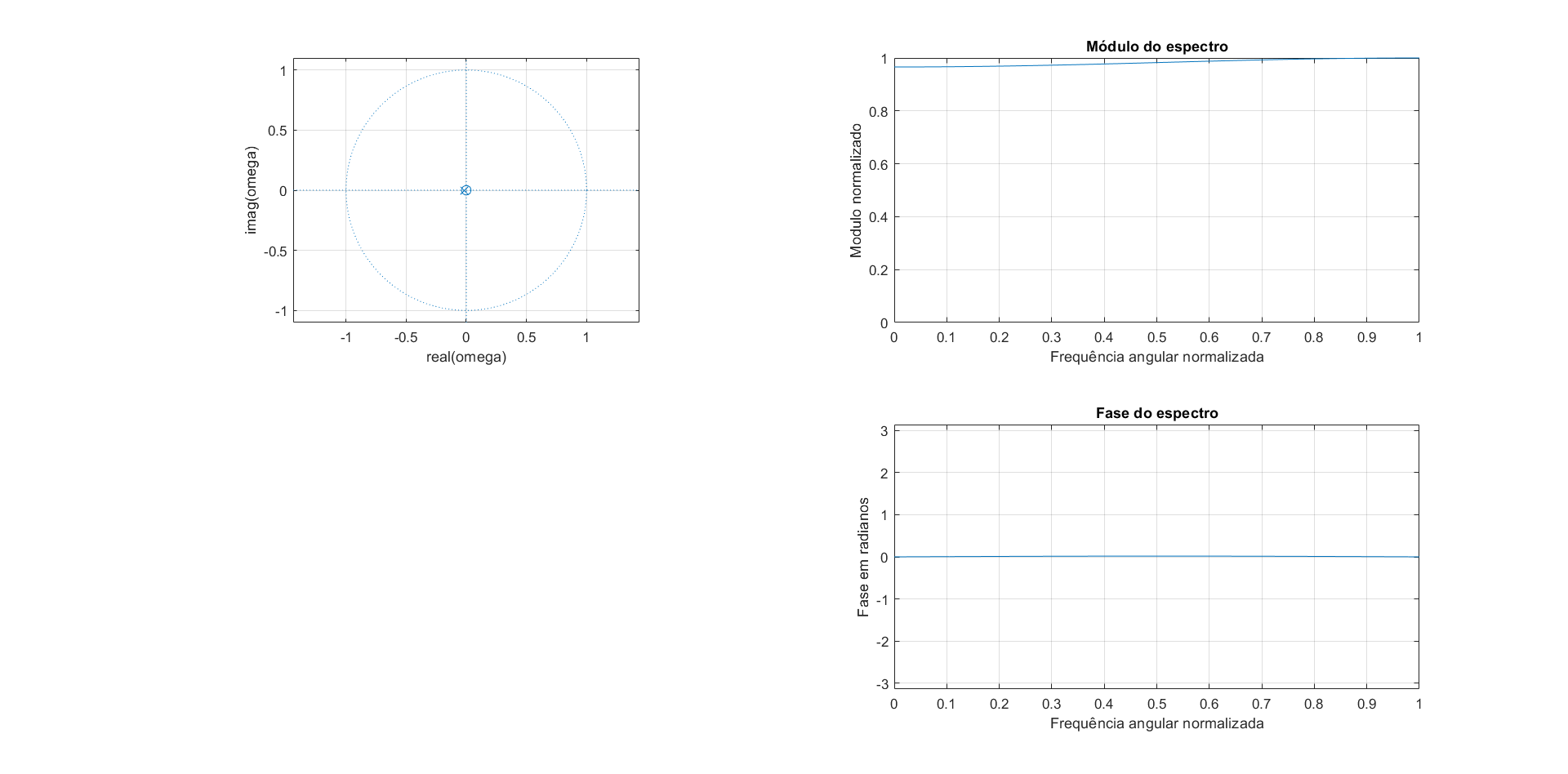
*Figura 6 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,15 e θ = 0.*



*Figura 7 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,15 e θ = π/4.*



*Figura 8 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,15 e θ = π/2.*

**

*Figura 9 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,15 e θ = π.*

Para esses casos nos quais *r* assume o valor de 0,15 o polo fica tão próximo ao zero que pelos gráficos normalizados não vemos diferença no módulo de H(z) com a variação de θ. Na *Tabela 2* são apresentados os valores dos polos, os valores máximos do módulo de H(ejω ), em ω = π, e os valores mínimos do módulo de H(ejω ), em ω = 0 .

*Tabela 1 – Valores de H(z) para r =0,15*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **θ** | **Polos** | **Max |H(ejω )|** | **Min |H(ejω )|** |
| 0 | 0,15  0,15 | 1,3841 @ ω = 0 | 0,7561 |
| π/4 | 0,1061 + 0,1061j  0,1061 - 0,1061j | 1,2340 @ ω = 0 | 0,81 |
| π/2 | 0 + 0,15j  0 – 0,15j | 1,023@ ω = π/2 | 0,9780 |
| π | -0,15  -0,15 | 1,3841 @ ω = π | 0,7561 |

**c)**

A *Tabela 2* mostra os coeficientes do denominador de H(ejω ) nos casos de variação de *r* entre 0,98 e 0,15.

*Tabela 2 – Coeficientes do denominador de H(ejω ) para r =0,15 e 0,98*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **θ** | **Polo** | **Max |H(ejω )|** | **Min |H(ejω )|** |
| 0 | -0,0321 | 1,4760 | 1,3841 |
| π/4 | -0,0286 | 1,3066 | 1,2340 |
| π/2 | -0,0225 | 1,0230 | 0,9780 |
| π | -0,0173 | 0,7828 | 0,7561 |